

Guía Geometría Analítica

1. Determine e identifique el lugar geométrico de todos los puntos $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ tales que, la suma de las distancias de un punto cualquiera a los puntos $P_1(4, 0)$ y $P_2(-4, 0)$ es igual a 10.
2. Dada la cónica $4x^2 - 16x - 97 - 9y^2 - 54y - 36 = 0$, determine:
 - a. Todos los elementos básicos de la curva (Centro, vértices, focos, etc.).
 - b. La ecuación de la s recta s perpendicular es a $2x - 5y - 1 = 0$ que pasa n por uno de los focos.
 - c. Grafique la región encerrada entre las rectas y al interior de la curva.
3. Dada la recta $L : 3x - y - 2 = 0$ y la elipse $E : 4x^2 - y^2 - 8x - 4y - 4 = 0$, determine:
 - a. La ecuación de la s recta paralela a L y que pasa por el vértice inferior de la elipse.
 - b. La ecuación de la s recta perpendicular es a L y que pasa por el centro de la elipse.
4. Encuentre la ecuación de la circunferencia cuyo centro está en la recta de ecuación $x - 2y - 1 = 0$ y que pasa por los vértices de la hipérbola de ecuación $x^2 - y^2 - 1 = 0$
5. Encuentre la ecuación de la hipérbola en donde uno de sus focos corresponde al foco de la parábola de ecuación $x^2 - 4x - 16 - 4y = 0$, que tiene su centro en la recta perpendicular a $x - 2y - 1 = 0$ que pasa por $(1, 0)$ y cuyo vértice inferior está sobre la elipse de ecuación $x^2 - 4y^2 - 4x - 24y - 40 = 0$.
6.
 - a. Grafique la región $R = R_1 \cap R_2$, sabiendo que:

$$R_1 : (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - 4x - 3y - 1 = 0$$

$$R_2 : (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x - y - 1 = 0$$
 - b. Encuentre los puntos en que se cruzan las gráficas de $x^2 - 4x - 3y - 1 = 0$ y de $x - y - 1 = 0$.
7. Determine la ecuación de la recta que pasa sobre el trazo PQ , donde P es el foco derecho de la elipse $16x^2 - 25y^2 - 96x - 150y - 31 = 0$ y Q es el vértice de la parábola $x^2 - 4x - 4y - 8 = 0$
8. Dados

$$A : (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - y^2 - 4x - 6y - 9 = 0$$

$$B : (x, y) \in \mathbb{R}^2 : y^2 - 6y - 8x - 7 = 0$$
 - a. Dibuje A .
 - b. Dibuje B .
 - c. Dibuje $A \cap B$.
9. Determine la ecuación de la recta que pasa sobre el trazo PQ , donde P es el foco derecho de la elipse $16x^2 - 25y^2 - 96x - 150y - 31 = 0$ y Q es el vértice de la parábola $x^2 - 4x - 4y - 8 = 0$.
10. Determine la ecuación de la hipérbola, cuyo centro es $(-3; 2)$; foco $(2; 2)$ y una de las asíntotas es $4x - 3y - 6 = 0$
11. Dada la parábola de ecuación: $P : x^2 - 6x - 2y - 8 = 0$:
 - a. encuentre la ecuación de la circunferencia que pasa por el vértice de la parábola P , por el punto $(1; \frac{1}{2})$ y tiene su centro sobre la recta de ecuación $L_1 : 2x - 2y - 1 = 0$

- b. Encuentre la recta perpendicular a $L_2 : 6x - 2y - 3 = 0$ y que pasa por el foco de la parábola P.
12. Dadas la Elipse de ecuación: $E : 9x^2 - 18x - 9 - 4y^2 - 24y = 0$ y la recta de ecuación $L_1 : 3x - 3y - 2 = 0$:
- a. Encuentre la ecuación de la Parábola que pasa por el vértice inferior de la elipse E, por $(1, -6)$ y tiene su vértice sobre la recta L_1 .
- b. Encuentre la recta perpendicular a L_1 y que pasa por el centro de la elipse E.
13. Determine la ecuación de la hipérbola horizontal que tiene un foco sobre la recta $x = \frac{5}{2}$ y cuyos vértices corresponden a los extremos del diámetro de la circunferencia de ecuación:

$$4x^2 - 20x - 4y^2 - 4y - 1 = 0$$

14. Se desea construir un puente para cruzar un río de 200 pies de ancho. El arco del puente debe ser semi-elíptico y tener dimensiones tales que pueda pasar bajo él un barco de menos de 50 pies de ancho y 30 pies de alto. Deduzca la ecuación correspondiente al arco del puente y determine la altura del arco a la mitad del puente.
15. Un hombre bala es lanzado en cañón describiendo un movimiento semi-elíptico (la mitad superior de la elipse) de modo que cae a 30 metros de distancia desde donde es lanzado y a los 6 metros del punto en que es disparado pasa junto a uno de los trapezistas a 20 metros de altura. Determine la máxima altura que alcanza Olgo I en su vuelo y determine la ecuación de la elipse que describe su recorrido. (Sugerencia: Tome al centro de la elipse como el origen)
16. Al pasar justo sobre el edificio de la escuela, un profesor es lanzado desde un avión sin paracaídas, a una altitud de 36 metros. El fuerte viento que sopla determina que la caída logre un movimiento parabólico con vértice en el lugar en que el profesor comenzó el desenso, de modo que un alumno que se encuentra en una sala a 11 metros desde el suelo, ve al profesor cuando va cayendo a 10 metros de distancia. Determine a cuántos metros del edificio cae el profesor. (Ayuda: considere el punto en que el profesor es arrojado del avión como el origen)